



Γ' Λυκείου / Μαθηματικά Κατεύθυνσης / Άλγεβρα /Μιγαδικοί

Άλυτες Ασκήσεις

1. Αν $z=2+3i$ και $w=3-2i$, να γράψετε στη μορφή $a+βi$ τους παρακάτω μιγαδικούς αριθμούς: $z + w, zw, \frac{10}{w}, w^2, \frac{w}{z}$
2. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς x, y που ικανοποιούν τη σχέση: $x-2+(y-3)i=(1+3i)(y+i)$
3. Να υπολογιστούν τα αθροίσματα:
 $A=i^7 + i^{17} + i^{27} + i^{37} + i^{47}$
 $B=i^3 + i^{13} + i^{23} + i^{33} + i^{43} + i^{53}$
4. Για ποιες τιμές του πραγματικού x , ο αριθμός $z = (x + i)(2 + i)^2$ είναι: α)πραγματικός β)φανταστικός
5. Έστω a ο μη μηδενικός πραγματικός αριθμός και ο μιγαδικός z με $z \neq ai$. Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $w = \frac{z+ai}{a+iz}$ είναι φανταστικός αν και μόνο αν ο z είναι φανταστικός.
6. Έστω z μιγαδικός αριθμός. Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $w = z^2 + z + 2004$ είναι πραγματικός αν και μόνο αν $\text{Re}(z)=-1/2$



7. Να βρεθούν τα μέτρα των μιγαδικών αριθμών:

$$z = 4 - 2i, z = 7 - i, z = (2 - 3i)^2, z = \frac{2 - 3i}{1 + 2i}$$

8. Να λυθεί η εξίσωση: $z^4 + 8 - 8i\sqrt{3} = 0$

9. Να λυθεί η εξίσωση: $z^2 - (2i + 1)z + i - 1 = 0$

10. Να λυθεί η εξίσωση: $z^2 - (2i + 1)z + i - 1 = 0$

11. Να βρείτε τις τετραγωνικές ρίζες του μιγαδικού $z = 1 - \sqrt{3}i$

12. Να λυθεί η εξίσωση: $z\bar{z} + 2iz = 10 + 2i$

13. Να λυθεί η εξίσωση: $iz + 2\bar{z} + 1 = i$