ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2006
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Α. Θεωρία σελ. 30

Β. **α)** Θεωρία σελ. 142

β) Θεωρία σελ. 16

Γ. **α)** Σ

β) Σ

γ) Λ

δ) Λ

ΘΕΜΑ 2^{ο}

Α.

Αριθμός βιβλίων x_i	Αριθμός Μαθητών ν_i
0	α+4
1	5α+8
2	4α
3	α-1
4	2α
Σύνολο	50

$\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4+\nu_5=\nu$

$\alpha+4+5\alpha+8+4\alpha+\alpha-1+2\alpha=50$

$13\alpha+11=50$

$13\alpha=39$ ή $\alpha=3$

άρα

x_i	ν_i	$x_i\ \nu_i$	N_i
0	7	0	7
1	23	23	30
2	12	24	42
3	2	6	44
4	6	24	50
Σύνολο	50	77	

Β. $\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}x_i\cdot v_i}{v}=\dfrac{77}{50}=1{,}54$

Γ. $\delta=\dfrac{x_{25}+x_{26}}{2}=\dfrac{1+1}{2}=1$

Δ. ονομάζουμε Α={ένας μαθητής να έχει διαβάσει τουλάχιστον 3 βιβλία}

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{v_4+v_5}{v}=\frac{2+6}{50}=\frac{8}{50}=0{,}16 \text{ ή } 16\%$$

ΘΕΜΑ 3°

x: Αγόρια και $(x+4)^2$: Κορίτσια

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα

Α={να επιλεγεί αγόρι}

Κ={να επιλεγεί κορίτσι}

Α. $P(A)=\dfrac{N(A)}{N(\Omega)}=\dfrac{x}{x+(x+4)^2}=\dfrac{x}{x+x^2+8x+16}=\dfrac{x}{x^2+9x+16}$

Β. $P(A)=\dfrac{1}{19}$ ή $\dfrac{x}{x^2+9x+16}=\dfrac{1}{19}$ ή $x^2+9x+16=19x$ ή

ή $x^2+9x+16-19x=0$ ή $x^2-10x+16=0$

$\Delta=(-10)^2-4\cdot1\cdot16=100-64=36$

$$x_{1,2}=\frac{10\pm6}{2}\left\langle\begin{array}{l}\dfrac{10+6}{2}=8\\[2ex]\dfrac{10-6}{2}=2\end{array}\right.$$

- Για x=8 το μέγεθος του δείγματος είναι

  $$v = x + (x+4)^2 = x + x^2 + 8x + 16$$

  για x=8 $\quad v = 8^2 + 9 \cdot 8 + 16 = 64 + 72 + 16 = 152$

  αδύνατο γιατί ο όμιλος περιλαμβάνει λιγότερα από 100 άτομα

- Για x=2 $\; v = 2^2 + 9 \cdot 2 + 16 = 4 + 18 + 16 = 38$ δεκτή

$$P(K) = \frac{N(K)}{N(\Omega)} = \frac{(x+4)^2}{x^2+9x+16} = \frac{6^2}{38} = \frac{36}{38} = 0{,}947 \quad \text{ή} \quad 94{,}7\%$$

Γ. $P(A) = \dfrac{x}{x^2+9x+16} = f(x)$

i)$\Pi.O. = (0, +\infty)$

$$\text{ii)}\, f'(x) = \left(\frac{x}{x^2+9x+16}\right)' = \frac{(x)'(x^2+9x+16) - x(x^2+9x+16)'}{(x^2+9x+16)^2} =$$

$$= \frac{x^2+9x+16 - x(2x+9)}{(x^2+9x+16)^2} = \frac{x^2+9x+16-2x^2-9x}{(x^2+9x+16)^2} = \frac{-x^2+16}{(x^2+9x+16)^2}$$

$$f'(x) = 0 \;\text{ ή }\; \frac{-x^2+16}{(x^2+9x+16)^2} = 0 \;\text{ ή }\; -x^2+16 = 0 \;\text{ ή }\; x = \begin{cases} 4 \\ -4 \text{ απορρίπτεται γιατί } x>0 \end{cases}$$

x	0		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗		↘	
			Τ.Μ.		

Για x=4 μεγιστοποιείται η πιθανότητα να επιλεγεί η πιθανότητα να επιλεγεί αγόρι και η τιμή αυτής είναι:

$$y_{max} = f(4) = \frac{4}{4^2 + 9 \cdot 4 + 16} = \frac{4}{16+36+16} = \frac{4}{68} = \frac{1}{17}$$

ΘΕΜΑ 4$^{\text{Ο}}$

α. $f'(x) = -4x + \kappa + 4\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(1) = 0 \Leftrightarrow -4 + \kappa + \dfrac{4}{2} = 0 \Leftrightarrow \kappa = 2$

Άρα $f(1) = -2 + 2 + 4 + 10 = 14$

Έστω $y = \lambda x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης $f(1) = -2 + 2 + 4 + 10 = 14$

$y = \beta$

$y = 14$

β. $\bar{x} = 14$ $\quad f'(4) = -13$

$S = \dfrac{-2(-13)}{13} = 2$

i. Είναι $\dfrac{0{,}15}{100} \cdot \nu = 3 \Leftrightarrow \nu = 2000$

Στο διάστημα (10, 16) βρίσκεται το 81,5% των παρατηρήσεων, δηλαδή $\dfrac{81{,}5}{100} \cdot 2000 = 1630$

ii. Είναι $CV = \dfrac{5}{\bar{x}} = \dfrac{2}{14} = \dfrac{1}{7} > \dfrac{1}{10}$, άρα δεν είναι ομοιογενές .

Πρέπει $CV' \le 0{,}10$ δηλαδή $\dfrac{S'}{\bar{x}'} \le \dfrac{1}{10}$

δηλαδή $\dfrac{S}{\bar{x} + \alpha} \le \dfrac{1}{10}$ δηλαδή $\dfrac{2}{14 + \alpha} \le \dfrac{1}{10} \Leftrightarrow \alpha \ge 6$ άρα $\alpha = 6$