



Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής

Γενικής Παιδείας Γ' Λυκείου

Δευτέρα 18 Μαΐου 2009

**Θέμα 1ο**

A. Θεωρία (Σχ.Βιβλίο σελ.150)

B. Θεωρία (Σχ.Βιβλίο σελ.65)

Γ. (α)-Λ (β)-Σ (γ)-Λ (δ)-Σ (ε)-Σ

**Θέμα 2ο**

$x_i$	$v_i$	$x_i v_i$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
2	6	12	24
3	$v_2$	$3v_2$	$v_2$
5	3	15	3
8	4	32	64
<b>Σύνολο</b>	$13 + v_2$	$59 + 3v_2$	$91 + v_2$

α)  $\bar{x} = \frac{\sum_1^4 x_i v_i}{v} \Leftrightarrow 4 = \frac{59+3v_2}{13+v_2} \Leftrightarrow v_2 = 7$

β)  $s^2 = \frac{\sum_1^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} \Leftrightarrow s^2 = \frac{98}{20} = 4.9$

γ)  $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2.2}{4} = 0.55$  και επειδή είναι μεγαλύτερο από το 0.10 το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.



### Θέμα 3ο

α) Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της  $f$  αντίστοιχα είναι:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + a$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω στην σχέση  $2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2$

θα έχουμε

$$2(6x - 12) + 3x^2 - 12x + a - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow a = 9$$

β)

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x - 1)(x - 3)$$

Οπότε το ζητούμενο όριο είναι :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-3)}{(x+1)} = -3$$

γ) Γνωρίζουμε ότι η εφαπτομένη της  $f$  έχει συντελεστή διεύθυνσης  $-3$  και θα έχουμε:

$$f'(x) = -3 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = -3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης θα είναι :

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y + 5 = -3(x - 2) \Leftrightarrow y = -3x + 1$$



### Θέμα 4ο

A. 
$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x < 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow x > 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		↗	↘

Η  $f$  παρουσιάζει στο  $f(2) = \lambda^2 - 6\lambda + 1 + \ln 2$  τοπικό μέγιστο.

B. α) Επειδή για  $x > 2$  η  $f(x)$  είναι γνησίως φθίνουσα και θα έχουμε:

$$f(8) < f(5) < f(4) < f(3) < f(2)$$

Άρα το εύρος θα δίνεται από την σχέση  $R = f(2) - f(8) = 3 + \ln \frac{1}{4}$

και η διάμεσος  $\delta = f(4) = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda$

β)  $R + \delta < -2 \Leftrightarrow 3 + \ln \frac{1}{4} + \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda < -2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 - 6\lambda + 3 < -2 \Leftrightarrow \lambda^2 - 6\lambda + 5 < 0 \Leftrightarrow 1 < \lambda < 5$$

Επομένως  $A = \{2, 3, 4\}$  απ' όπου προκύπτει  $P(A) = \frac{3}{100}$