



Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής

Γενικής Παιδείας Γ' Λυκείου

Τρίτη 22 Μαΐου 2007

Θέμα 1^ο

A. Θεωρία σελ. 152 σχ. βιβλίου

B. α. Θεωρία σελ. 22 σχ. βιβλίου

β. Θεωρία σελ. 87 σχ. βιβλίου

Γ1. α. Σωστό

β. Σωστό

γ. Λάθος

Γ2. $f_1'(x) = (x^v)' = vx^{v-1}$

$$f_2'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$f_3'(x) = (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f_4'(x) = (\sin x)' = \cos x$$



Θέμα 2°

α. $f(x) = (xe^x + 3)' = e^x + xe^x = (xe^x + 3) + e^x - 3 = f(x) + e^x - 3$

β. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x + e^x - e^x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x-1} = -1$

Θέμα 3°

α. Θετούμε $P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=2P(3)=2P(4)=2P(5)=\kappa$

και $P(-1)+P(0)+P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)=1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \kappa + \kappa + \kappa + \kappa + \kappa + \frac{\kappa}{2} + \frac{\kappa}{2} + \frac{\kappa}{2} = 1 \Leftrightarrow 4\kappa + \frac{3\kappa}{2} = 1 \Leftrightarrow \kappa = \frac{2}{11}$

Δηλαδή $P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=\frac{2}{11}$ και $P(3)=P(4)=P(5)=\frac{1}{11}$

β. Επειδή $A \cap B = \{-1, 3\}$, πρέπει $-1 \in A$ δηλαδή $x^2 - x - 3 = -1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x=2$ ή $x=-1$

Αν $x=2$ τότε $A = \{1, 3, -1\}$ και $B = \{2, 3, 8, -3\}$ και $A \cap B = \{3\}$ άτοπο.

Αν $x=-1$ τότε $A = \{1, 3, -1\}$ και $B = \{2, 0, -1, 3\}$ και $A \cap B = \{-1, 3\}$.

Επομένως $x=-1$

γ. Για $x=-1$ είναι $A = \{1, 3, -1\}$ και $B = \{2, 0, -1, 3\}$

δηλαδή $P(A) = P(1) + P(3) + P(-1) = \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{5}{11}$

και $P(B) = P(2) + P(0) + P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{7}{11}$



$$\text{και } P(A \cup B) = P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{2}{11}$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = P(A) + 1 - P(B) - P(A - B) = \frac{7}{11}$$

Θέμα 4°

$$\alpha. \quad \bar{x}_A = \frac{12 + 18 + t_3 + t_4 + \dots + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = 15$$

$$\bar{x}_B = \frac{16 + 14 + t_3 + t_4 + \dots + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = 15$$

$$\begin{aligned} \beta. \quad s_A^2 - s_B^2 &= \frac{1}{25} \left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{25} \right] - \frac{1}{25} \left[\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{25} \right] = \\ &= \frac{1}{25} \left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{25} - \sum y_i^2 + \frac{(\sum y_i)^2}{25} \right] = \\ &= \frac{1}{25} [12^2 + 18^2 + t_3^2 + t_4^2 + \dots + t_{25}^2 - 16^2 - 14^2 - t_3^2 - t_4^2 - \dots - t_{25}^2] = \\ &= \frac{16}{25} \end{aligned}$$

$$\gamma. \quad CV_A = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{s_A}{15} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow s_A = 1$$

$$\text{και } S_B^2 = 1 - \frac{16}{15} \Leftrightarrow S_B = \frac{3}{5} \cdot \text{Επομένως } CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} \Leftrightarrow CV_B = \frac{\frac{3}{5}}{15} \Leftrightarrow CV_B = \frac{1}{25}$$